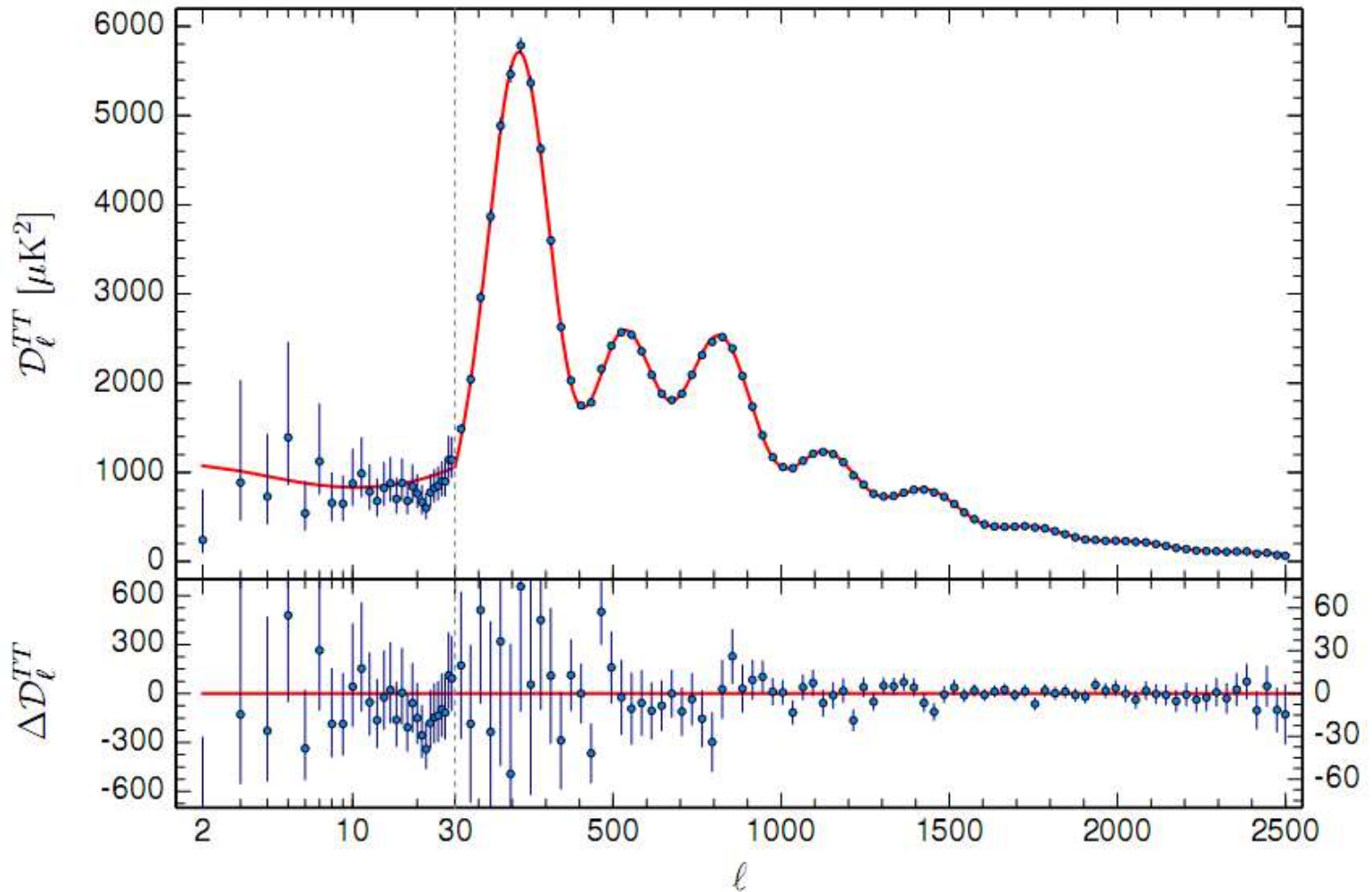


# Рождение материи и анизотропия реликтового микроволнового излучения в альтернативных безинфляционных космологических моделях.

Черкас Сергей Леонидович,  
НИИ Ядерных Проблем Белорусского  
Государственного Университета,

Лаборатория Ядерной Оптики и Космомикрофизики

- Спектр анизотропии микроволнового реликтового излучения, коллаборация Planck, 2015



■ Анизотропия в рамках стандартной **LCDM** отлично описывается примерно 10 параметрами

■ Темная энергия

■ Темная материя

■ **Инфляция, и поле инфлантона**

Распад инфлантона рождает материю



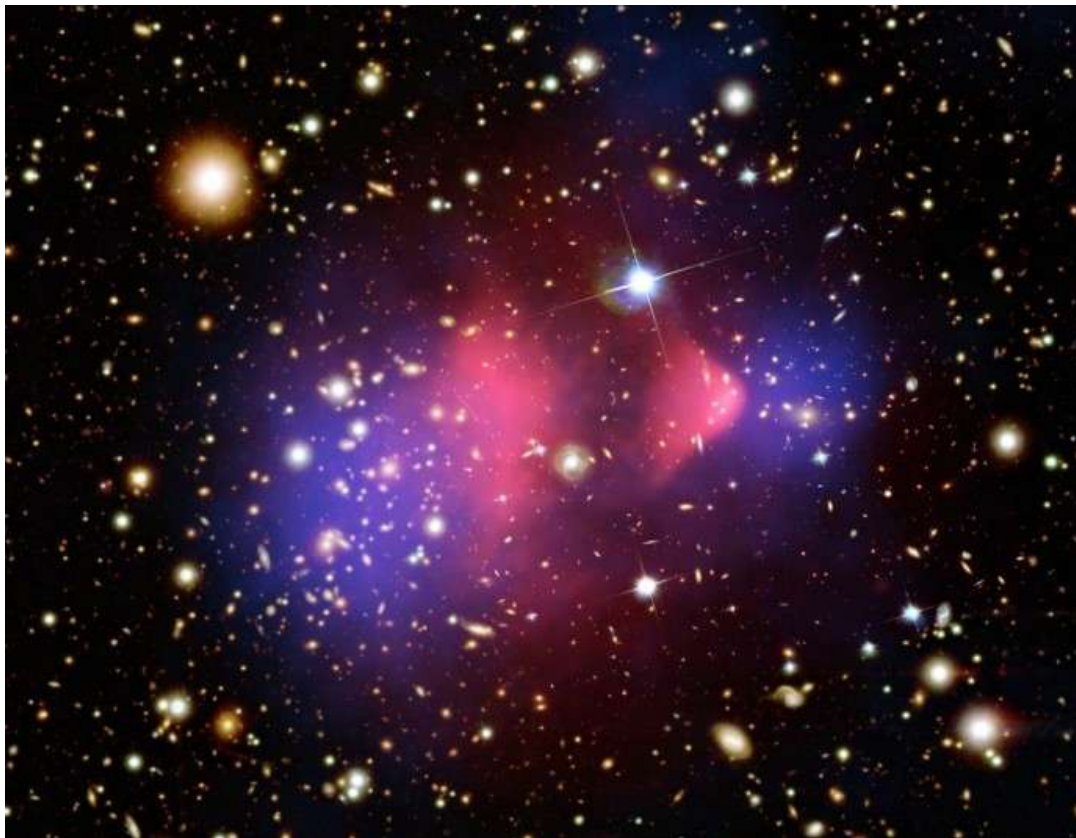
генерирует начальные неоднородности  
- вакуумные квантовые флуктуации

критика: свойства вакуума квантовых полей в расширяющейся вселенной не учитываются в полной мере

# Что такое темная материя?

**столкновение двух скоплений галактик, фото NASA**

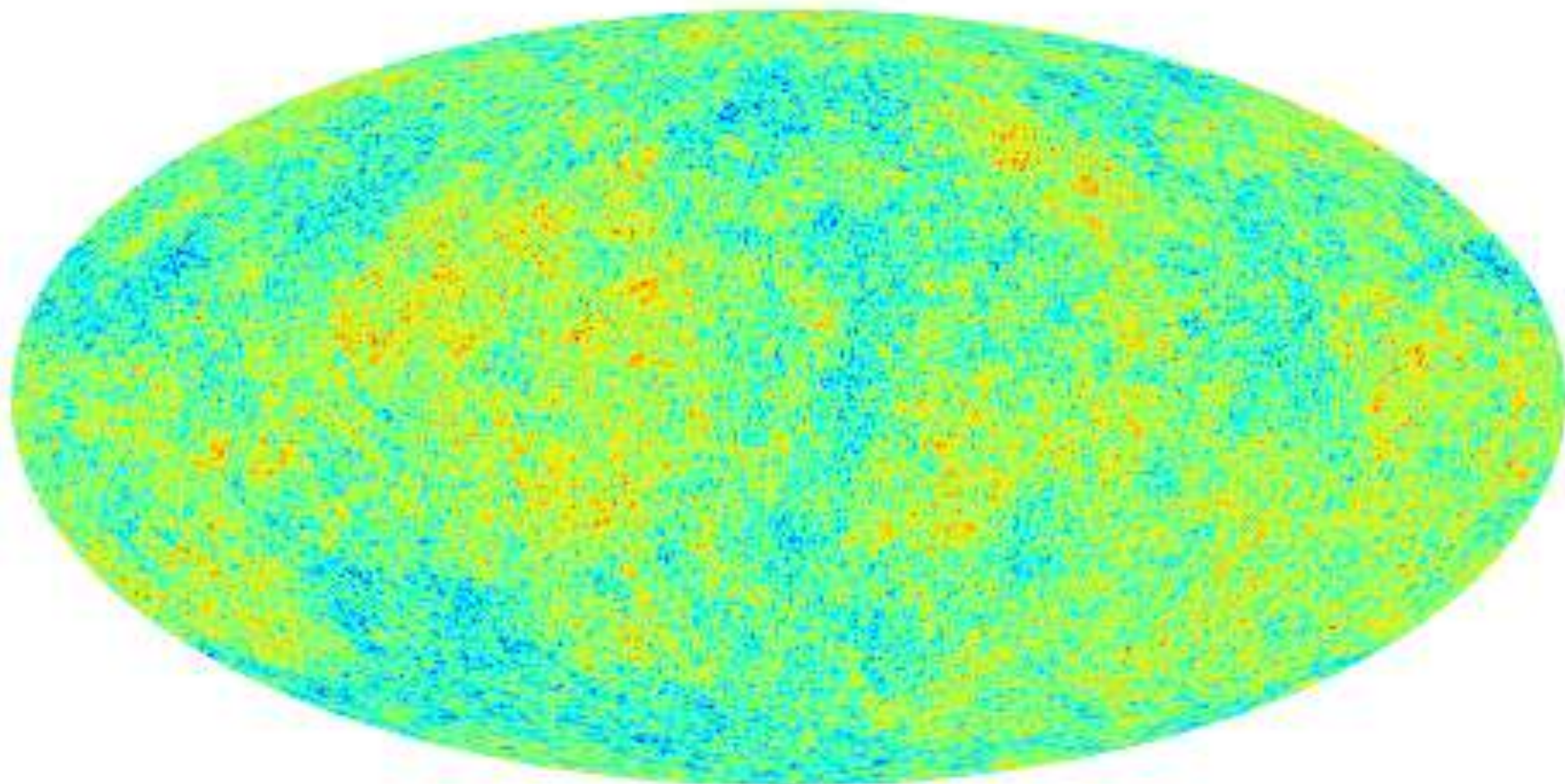
1E 0657-56



розовое – горячий газ,  
рентгеновское  
изображение

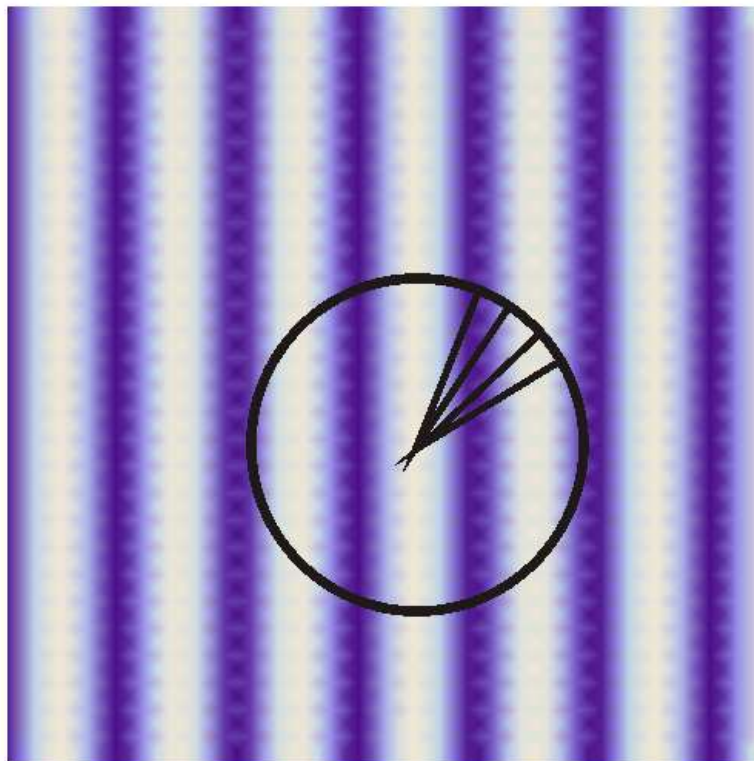
синее – темная материя,  
линзирование

Карта угловой анизотропии микроволнового излучения (коллоборация Planck 2015)



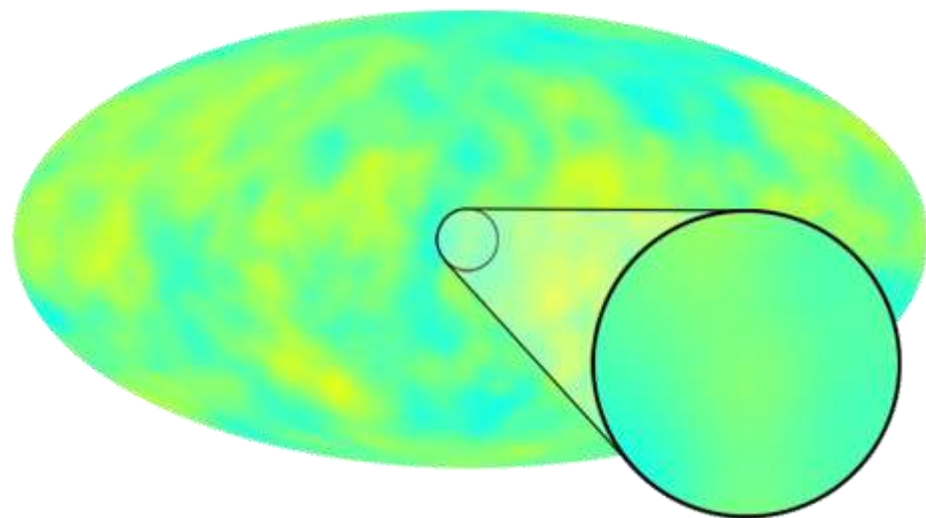


Что именно мы видим ?

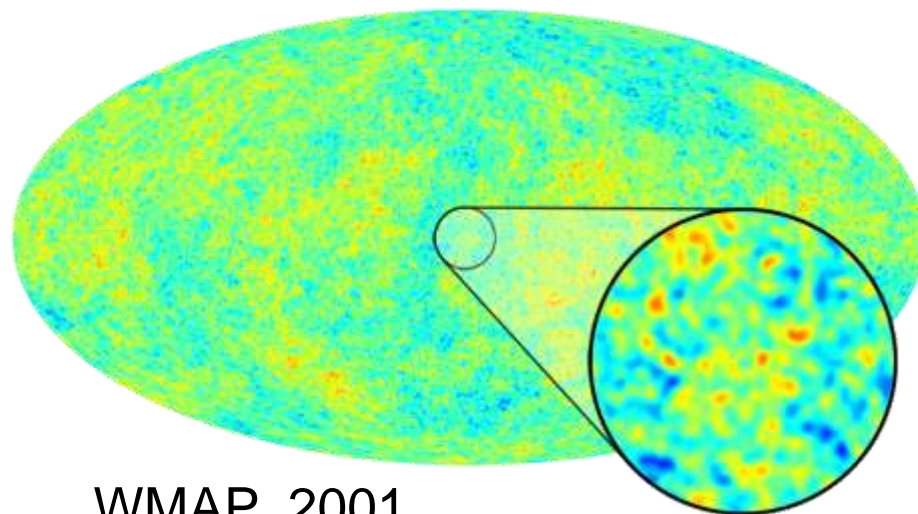


**Z=1100 – поверхность последнего рассеяния**

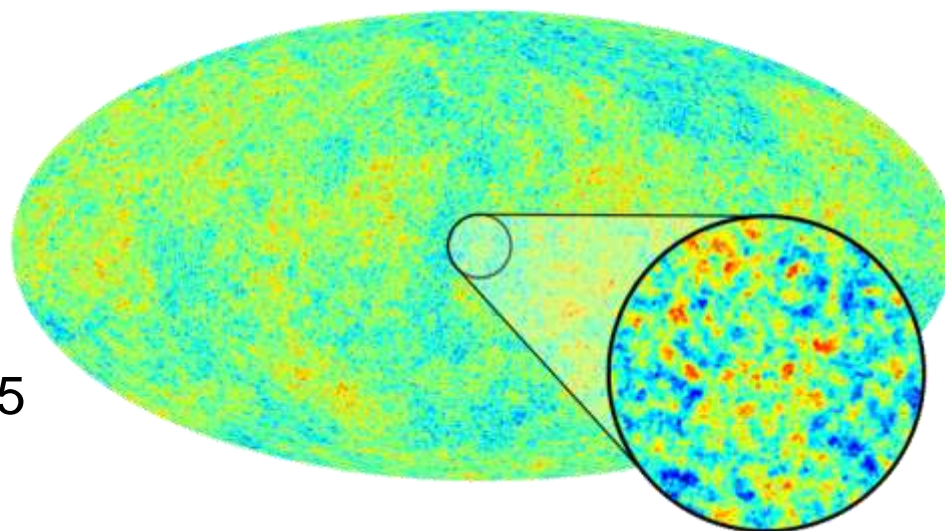
# Увеличение точности измерений



COBE 1990



WMAP 2001



Planck 2015

- Модель фона: однородная, изотропная и плоская вселенная, метрика 4-пространства-времени

$$d^2 s = dt^2 - a(t)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

пространственная метрика (т.е. расстояние)

$$dl^2 = a(t)^2 (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

**Конформное время**  $d\eta = dt / a(t)$

$$d^2 s = a(t)^2 (d\eta^2 - dx^2 + dy^2 + dz^2)$$



Уравнение Больцмана для функции

$$\mathbf{n} = \mathbf{p} / p$$

распределения фотонов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \eta)$

редуцируется к уравнению для относительных неоднородностей температуры  $\Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \eta) = \delta T(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \eta) / T_0(\eta)$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \eta) + \mathbf{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \eta) = 0,$$

разложим  $\Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}, \eta) = \int \tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \mathbf{n}, \eta) e^{i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k}.$

найдем решение  $\tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \mathbf{n}, \eta) = \tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \mathbf{n}, \eta_r) e^{-i \mathbf{k} \cdot \mathbf{n} (\eta - \eta_r)}$

**сильно упрощенное! - не учтены эффекты Сакса-Вольфа, Допплера, Силка, Зельдовича-Сюняева**

$$C(\theta) = \langle \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}_1, \eta) \Theta(\mathbf{r}, \mathbf{n}_2, \eta) \rangle = \int \langle \tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \mathbf{n}_1, \eta) \tilde{\Theta}^*(\mathbf{k}, \mathbf{n}_2, \eta) \rangle d^3 \mathbf{k} =$$

$$\int \langle |\tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \eta_r)|^2 \rangle \frac{\sin(k(\eta - \eta_r) |\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2|)}{k(\eta - \eta_r) |\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2|} k^2 dk =$$

$$\sum_l \int \langle |\tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \eta_r)|^2 \rangle l(l+1) j_l^2(k(\eta - \eta_r)) P_l(\cos \theta) k^2 dk.$$

**на графике изображают коэффициенты разложения по полиномам Лежандра**

$$C(\theta) = \frac{1}{4\pi} \sum_l (2l+1) C_l P_l(\cos \theta)$$

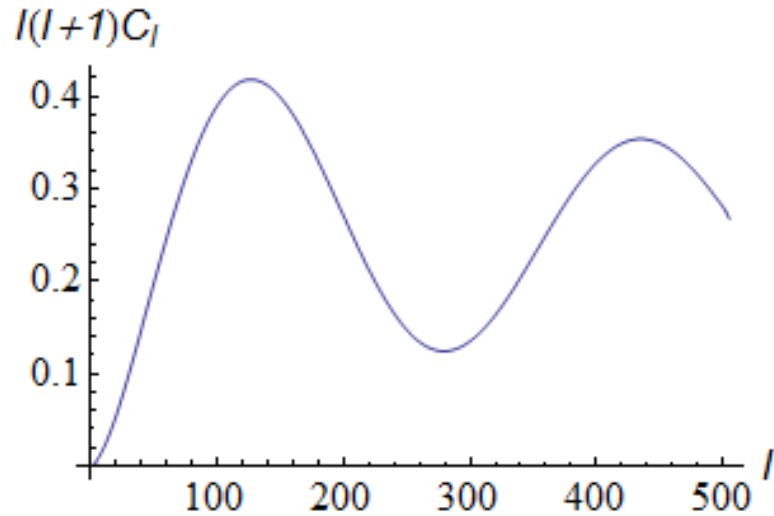
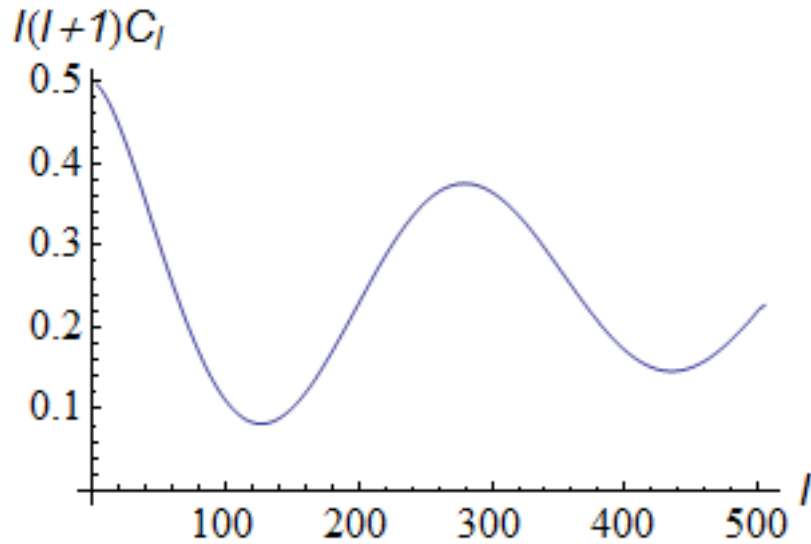
положим  $|\tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \eta_r)|^2 \approx \frac{P(k)}{k^3} \cos^2 \frac{k\eta_r}{\sqrt{3}} \approx \frac{1}{k^3} \cos^2 \frac{k\eta_r}{\sqrt{3}}$

$r_s = \frac{k\eta_r}{\sqrt{3}}$  – звуковой горизонт на поверхности последнего рассеяния

**Все! Спектр !**

$$C_l = \int \left| \cos \frac{k\eta_r}{\sqrt{3}} j_l(k(\eta_r - \eta)) \right|^2 \frac{dk}{k}$$

илюстративно  $\eta_r / (\eta_r - \eta) = 1 / 100$



$$C_l = \int \left| \cos \frac{k \eta_r}{\sqrt{3}} j_l(k(\eta_r - \eta)) \right|^2 \frac{dk}{k}$$

$$C_l = \int \left| \sin \frac{k \eta_r}{\sqrt{3}} j_l(k(\eta_r - \eta)) \right|^2 \frac{dk}{k}$$

$$C_l = \int P(k) \left| \cos \frac{k \eta_r}{\sqrt{3}} j_l(k(\eta_r - \eta)) \right|^2 \frac{dk}{k}$$

в LCDM перед sin или cos еще будет

множитель  $(k \eta_r / \sqrt{3})^{-3}$  или  $(k \eta_r / \sqrt{3})^{-2}$

## ■ линейно расширяющейся вселенная

$$a(t) = H t, \quad \text{в конформном времени: } a(\eta) = B \exp(H \eta)$$

$$\text{горизонт бесконечен: } r(t_0) = a(t_0) \int_0^{t_0} \frac{dt}{a(t)}$$

это связано с тем, что  $a = 0$  соответствует  $\eta = -\infty$ .

$$\text{постоянная Хаббла } H = \partial_t a / a = 1 / t,$$

$$\text{конформная постоянная Хаббла } H = \partial_\eta a / a = \text{const}$$

## ■ радиационно-доминантная вселенная

$$a(t) = A t^{1/2}, \quad \text{в конформном времени: } a(\eta) = \frac{A^2}{2} \eta$$

$$\text{горизонт: } r(t_0) = 2 t_0, \quad \text{постоянная Хаббла } H = \frac{1}{2t}$$

$$\text{конформная постоянная Хаббла } H = 1 / \eta$$

линейную космологию можно описать уравнением состояния  $w = -1/3$

**НО** наша задача объяснить линейное расширение из **КВАНТОВЫХ СВОЙСТВ ВАКУУМА**

- Основная, часть вакуумной энергии не связана не влияет на расширение вселенной
- Эволюция вселенной определяется остаточными вакуумными флуктуациями



## ■ Уравнения Эйнштейна

$$M_p = \sqrt{\frac{3}{4\pi G}}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

уравнение Фридмана

$$-\frac{1}{2} M_p^2 a'^2 + \rho a^4 = 0, \quad \text{производные по}$$

уравнение движения

$$M_p^2 a'' = (\rho - 3p) a^3 \quad \text{времени}$$

- однородная, изотропная, плоская вселенная
- плотность и давление скалярного поля

$$\rho_\phi = \frac{1}{V} \int_V \left( \frac{\dot{\phi}^2}{2a^2} + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2} \right) d^3\mathbf{r}, \quad p_\phi = \frac{1}{V} \int_V \left( \frac{\dot{\phi}^2}{2a^2} - \frac{(\nabla\phi)^2}{6a^2} \right) d^3\mathbf{r}$$

## ■ Уравнения движения

*квазиклассика!*

$$-M_p^2 \frac{a'^2}{2} + \rho_m a^4 + \int \left( \frac{a^2 \langle 0 | \hat{\phi}'^2 | 0 \rangle}{2} + \frac{a^2 \langle 0 | (\nabla \hat{\phi})^2 | 0 \rangle}{2} \right) d^3 \mathbf{r} = \text{const},$$

$$M_p^2 a'' = \rho_m a^3 - \int \left( a \langle 0 | \hat{\phi}'^2 | 0 \rangle - a \langle 0 | (\nabla \hat{\phi})^2 | 0 \rangle \right) d^3 \mathbf{r},$$

$$\hat{\phi}'' + 2 \frac{a'}{a} \hat{\phi}' - \Delta \hat{\phi} = 0.$$

$$\hat{\phi}(r, \eta) = \sum_k \hat{a}_k^+ \varphi_k^*(\eta) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \hat{a}_k \varphi_k(\eta) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

## ■ Квантование:

$$\varphi_k'' + k^2 \varphi_k + 2 \frac{a'}{a} \varphi_k' = 0,$$

$$a^2(\eta) (\varphi_k \varphi_k'^* - \varphi_k^* \varphi_k') = i.$$

- адиабатическое приближение:

$$\varphi_k(\eta) = \frac{\exp\left(-i \int_0^\eta \sqrt{k^2 - \frac{a''(\tau)}{a(\tau)}} d\tau\right)}{\sqrt{2a(\eta)} \sqrt{k^2 - \frac{a''(\eta)}{a(\eta)}}}$$

вычислим разность кинетической и потенциальной энергий скалярного поля:

$$\int \left( a < 0 | \hat{\phi}'^2 | 0 > - a < 0 | (\nabla \hat{\phi})^2 | 0 > \right) d^3 \mathbf{r} = \sum_{\mathbf{k}} a (\varphi_k'^* \varphi_k' - k^2 \varphi_k^* \varphi_k) \approx$$

$$\frac{1}{2} \left( -\frac{a''}{a^2} + \frac{a'^2}{a^3} \right) \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{k} + O(a'^3) + O(a'a'') + O(a'''),$$

■ Зависимость постоянной Хаббла от  $a$

$$dt = a d\eta$$

$$H^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = H_0^2 \frac{(S_0 + \Omega_m - 1) a_0^4 a^{-4} - \Omega_m a_0^3 a^{-3}}{S_0 a_0^2 a^{-2} - 1},$$

$$S_0 = \frac{1}{2 M_p^2 a_0^2} \sum_k \frac{1}{k} = \frac{1}{M_p^2 a_0^2 (2\pi)^3} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{2k} = \frac{\kappa_{max}^2}{8\pi^2 M_p^2}$$

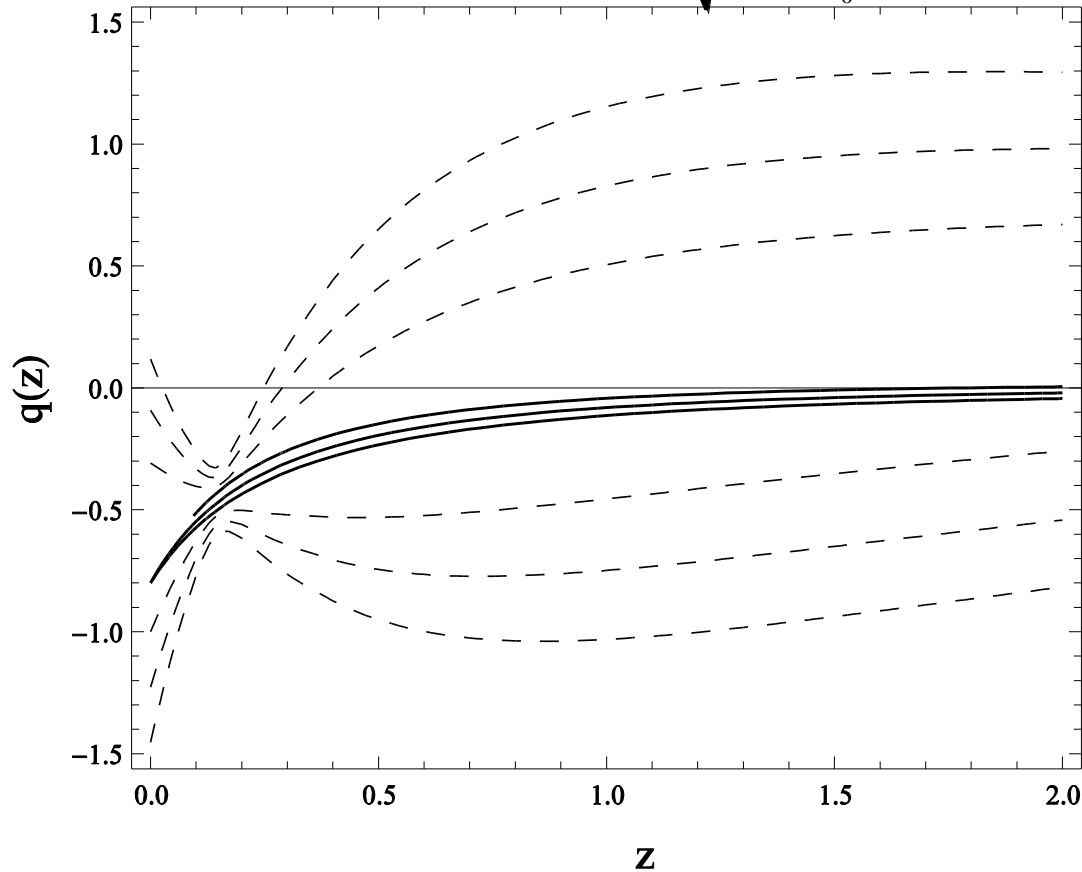
ультрафиолетовое обрезание

$$\kappa_{max} \sim M_p, \quad \kappa_{max} = k_{max} / a_0$$

параметр замедления  $-\frac{\ddot{a} a}{\dot{a}^2} \approx 1/2$  зависит от  $\kappa_{max}$

■ при малых  $t$

$$a(t) \approx a_0 H_0 \sqrt{\frac{S_0 + \Omega_m - 1}{S_0}} t$$



$$q = - \frac{\ddot{a} a}{\dot{a}^2}$$

зависимость параметра замедления от красного смещения



- это не совсем линейная космология, но при  $z > 2$  расширение **очень близко к линейному**
- эволюция определяется **остаточными вакуумными флуктуациями**
- вблизи  $a \approx 0$  должна быть другая космология, поскольку **вакуум еще не образовался**: полевые осцилляторы еще не начали осциллировать

Вселенная в окрестности  $a \approx 0$ .

- Гамильтониан выраженный через импульсы:

$$H = -\frac{M_p^2}{2} \frac{p_a^2}{a^2} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\pi_{\mathbf{k}}^+ \pi_{\mathbf{k}}}{a^2} + a^2 k^2 \phi_{\mathbf{k}}^+ \phi_{\mathbf{k}} + a^4 m^2 \phi_{\mathbf{k}}^+ \phi_{\mathbf{k}}$$

- При малых масштабных факторах

$$M_p^2 \frac{a'^2}{2} = \frac{M_p^2}{2} \frac{p_a^2}{a^2} \square \frac{1}{2 a^2} \sum_{\mathbf{k}} \pi_{\mathbf{k}}^+ \pi_{\mathbf{k}}$$

$a \square \sqrt{\eta} \square t^{1/3}$  затем переходит в  $a \square \exp(H \eta) \square t$

- Происхождение материи: в LCDM – из распадов поля инфлантона. Мы попробуем **поместить материю прямо в сингулярность.**
- **Импульсы** полевых осцилляторов **конечны в сингулярности** в отличие от самих полей, которые бесконечны. Это дает возможность построить импульсные волновые пакеты прямо в сингулярности. Благодаря принципу неопределенности, этого достаточно для описания состояния квантового поля.

$$\hat{P}_{\mathbf{k}} = \alpha_{\mathbf{k}} \hat{a}_{-\mathbf{k}} + \alpha_{\mathbf{k}}^* \hat{a}_{\mathbf{k}}^+, \quad \alpha_{\mathbf{k}} = a^2(\eta) \partial_{\eta} \varphi_{\mathbf{k}}(\eta) \Big|_{\eta \rightarrow 0}$$

$$\hat{X}_{\mathbf{k}} = b_{\mathbf{k}} \exp(i\theta_{\mathbf{k}}) \hat{a}_{\mathbf{k}} + b_{\mathbf{k}} \exp(-i\theta_{\mathbf{k}}) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^+.$$

- Определим еще один постоянный оператор, такой что

$$[\hat{P}_{\mathbf{k}}, \hat{X}_{\mathbf{q}}] = -i\delta_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}$$

$$\hat{X}_{\mathbf{k}} = b_k \exp(i\theta_k) \hat{a}_{\mathbf{k}} + b_k \exp(-i\theta_k) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^+.$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}} = \frac{\hat{P}_{\mathbf{k}}^+}{\alpha_k - e^{2i\theta_k} \alpha_k^*} - i\alpha_k^* \hat{X}_{\mathbf{k}},$$

$$\hat{a}_{-\mathbf{k}}^+ = \frac{e^{2i\theta_k} \hat{P}_{\mathbf{k}}^+}{\alpha_k^* e^{2i\theta_k} - \alpha_k} + i\alpha_k \hat{X}_{\mathbf{k}}.$$

$$\hat{\phi}_{\mathbf{k}}(\eta) = \frac{\hat{P}_{\mathbf{k}}^+ (\varphi_k(\eta) - e^{2i\theta_k} \varphi_k^*(\eta)) + i\hat{X}_{\mathbf{k}} (\alpha_k - \alpha_k^* e^{2i\theta_k}) (\alpha_k \varphi_k^*(\eta) - \alpha_k^* \varphi_k(\eta))}{\alpha_k - \alpha_k^* e^{2i\theta_k}}$$

- Построим волновой пакет из импульсов  $P_k$
- Пока полевые осцилляторы **не начали осциллировать**, мы **не можем сказать**, что есть **материя над вакуумом**, но ее будущее появление **закодировано в сингулярности**.
- Далее, в процессе эволюции полевые осцилляторы начинают осциллировать и возникает плотность материи.
- Вычислим спектр плотности материи

$$\langle \hat{\rho}(\mathbf{r}) \hat{\rho}(\mathbf{r}') \rangle = \xi(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \int \frac{\sigma_k^2 k \sin(k |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{2\pi k |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{dk}{k}$$



- Вычисление спектра неоднородностей

$$\hat{\rho}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \left( \hat{\phi}'(\mathbf{r})^2 + (\nabla \hat{\phi}(\mathbf{r}))^2 \right),$$

$$\hat{\rho}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\rho}_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$$

$$\sigma_k^2 = \langle \tilde{\rho}_{\mathbf{k}}^+ \tilde{\rho}_{\mathbf{k}} \rangle$$

$$\hat{\rho}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{V} \int \hat{\rho}(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{r}\mathbf{k}) d^3\mathbf{r} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{q}} \hat{\phi}_{\mathbf{q}}^+ \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}} + (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \mathbf{q} \hat{\phi}_{\mathbf{q}} \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}},$$

## ■ Вычисление спектра II

$$\begin{aligned} \langle \hat{\rho}_{\mathbf{k}}(\eta) \hat{\rho}_{\mathbf{k}}^+(\eta) \rangle = & \frac{1}{4} \sum_{\mathbf{q}} \langle \left( \hat{\phi}_{\mathbf{q}}^{+'} \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}' + (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \mathbf{q} \hat{\phi}_{\mathbf{q}}^+ \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}} \right) \\ & \times \left( \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}^{+'} \hat{\phi}_{\mathbf{q}}' + (\mathbf{q} - \mathbf{k}) \mathbf{q} \hat{\phi}_{\mathbf{q}} \hat{\phi}_{\mathbf{q}-\mathbf{k}}^+ \right) \rangle . \end{aligned}$$

- И конечно же вычислим среднюю плотность материи над вакуумом, чтобы найти спектр контраста плотностей

$$\overline{\rho}_0 = a^2 (\langle \hat{\rho}_0 \rangle - \langle 0 | \hat{\rho}_0 | 0 \rangle) = \sum_{\mathbf{q}} \frac{q^2 (\sec(\mathcal{G}(\mathbf{q})) - 1)}{\sqrt{q^2 - H^2}}$$

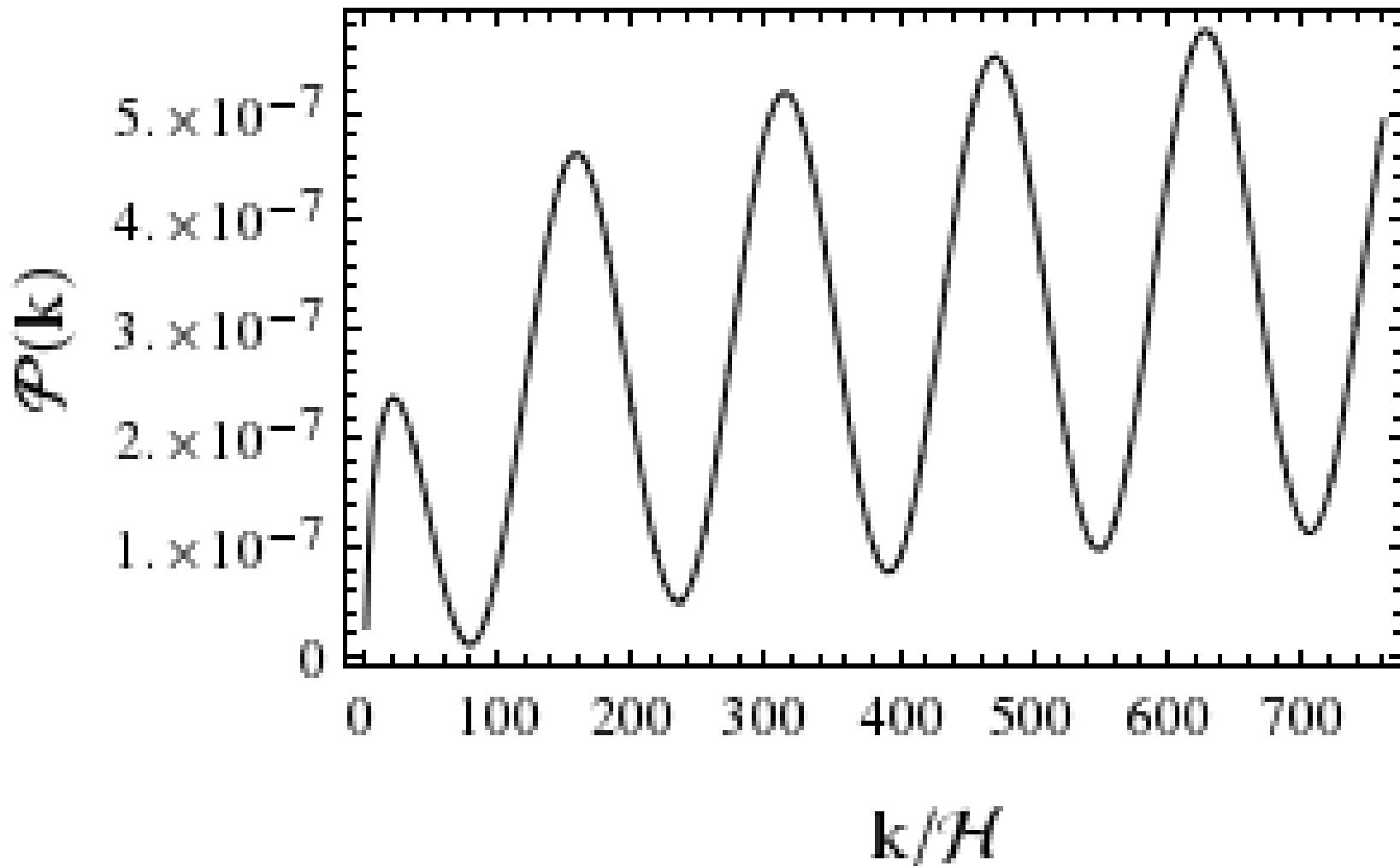
$$\sec(\mathcal{G}(\mathbf{q})) = 1 + \frac{A}{q^n}, \quad n \in \{4, \dots, 5\}$$

Фаза  $\mathcal{G}(\mathbf{k})$  определяет количество материи в каждой моде  $\mathbf{k}$

■ первичный спектр рожденной материи в момент

$$P_k = k^3 \sigma_k^2 = k^3 \langle \tilde{\rho}_k^+ \tilde{\rho}_k \rangle / \bar{\rho}_0^{-2}$$

$$\eta = 0.02 / H$$



Что дальше? –распад родившихся квантов скалярного поля на фотоны и другие частицы.

Отождествим скалярное поле с бозоном Хиггса

$$M_H = 126 \text{ GeV}, \Gamma_H = 7 \text{ MeV}$$

$$a(\eta) = B \exp(H \eta)$$

Время жизни Хиггса  $t_H = 1 / \Gamma_H$

Конформное время жизни Хиггса  $\eta_H = t_H / B$

если взять  $B \approx 10^{-38}$  то, для  $H \approx 2 \times 10^{-33} \text{ eV}$

получим  $\eta_H \approx 0.02 / H$

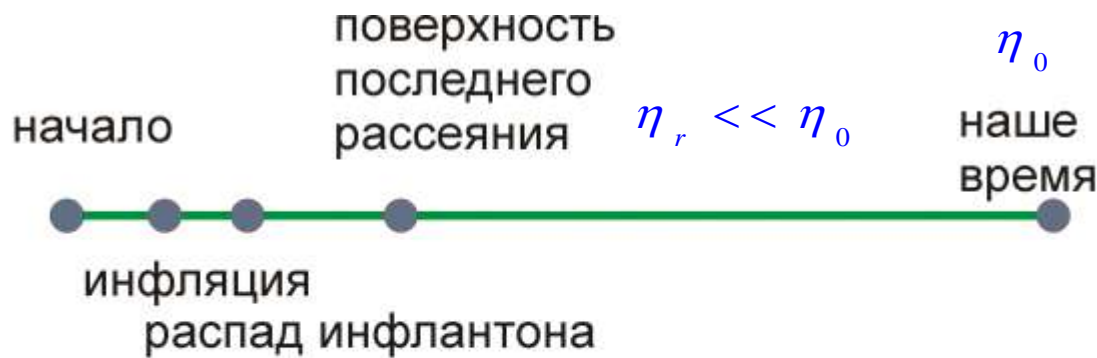
## Дальше: эволюция возмущений (неоднородностей) фотон-барионной плазмы

$$\gamma_{\mu\nu}(x) = g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x), \quad p = p_0 + \delta p(x), \quad \rho = \rho_0 + \delta\rho(x)$$

- В обычной космологии возмущения, находящиеся внутри горизонта распадаются.
- В линейной космологии возмущения не распадаются - они постоянны и сохраняют свою величину вплоть до поверхности последнего рассеяния.



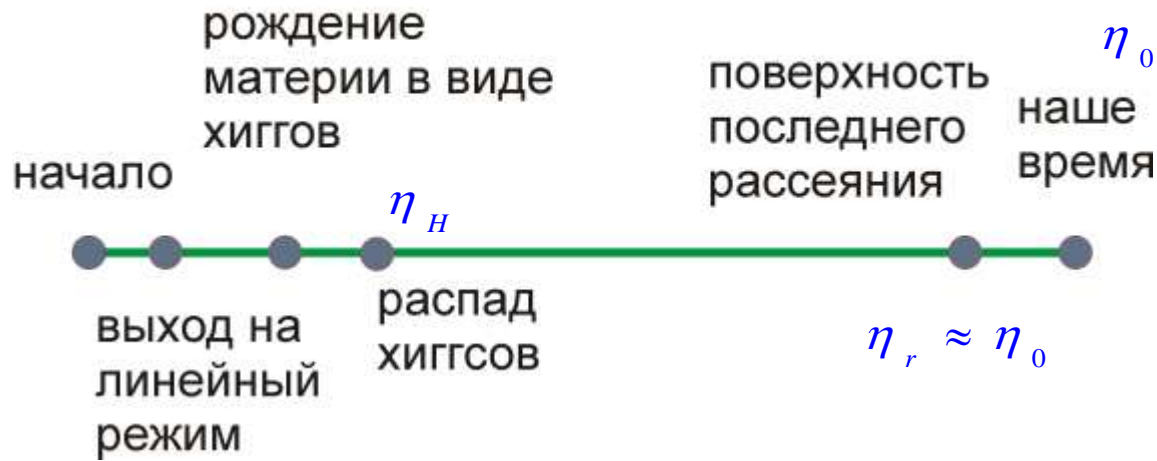
# Итоги: Стандартная $\Lambda$ CDM модель



$$\theta \propto \frac{\eta_r}{\eta_0}$$

$$C_l = \int P(k) \left| \cos \frac{k \eta_r}{\sqrt{3}} j_l(k(\eta_r - \eta)) \right|^2 \frac{dk}{k}$$

## Линейные космологии



$$\theta \propto \frac{\eta_H}{\eta_0 - \eta_r}$$

## ■ Что читать ?

### Стандартная $\Lambda$ CDM модель ( CMB)

книги: S. Dodelson, 2003,  
V. Mukhanov, 2005,  
A.R. Liddle & D.H. Lyth, 2000  
В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева , 2010

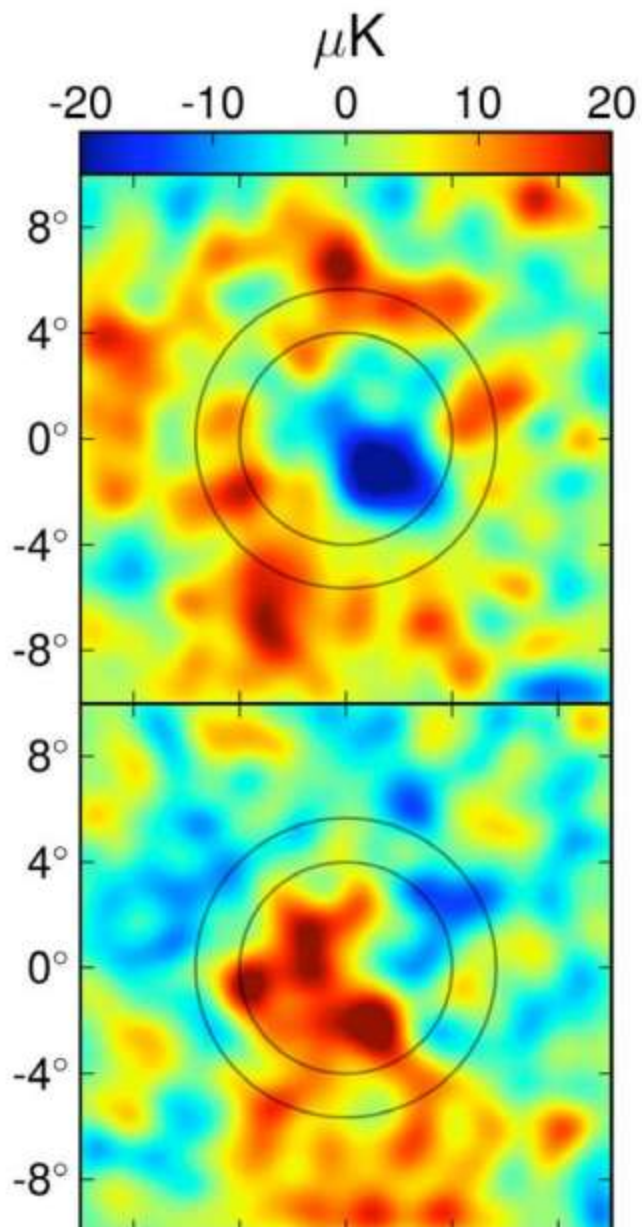
### Линейные космологии

книга: E. A. Milne , 1948, у Милна пустая, замкнутая вселенная

статьи: F. Melia, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017,  
F. Melia, A. Shevchuk 2011,  
M.V. John 1996, 1997, 2000, 2002, 2005, 2010, 2016  
A. Benoit-Levy, and G.Chardin, 2011  
A. Dev, M.Safonova, D.Jain, and D. Lohiya, 2002,  
P. Singh and D.Lohiya ,2015,  
S.L. Cherkas, V.L. Kalashnikov, 2006, 2016, 2017.

- Почему возможны различные модели? – вселенная не прозрачна при  $z > 1100$





Grannet *et al*, 2008

Сопоставление карты  
микроволнового  
излучения и карты  
свехскоплений



Возможности для  
исследований при  
 $z < 1100$

- Занавес  
открывается:  
 $z > 1100$



реликтовые гравитационные волны,  
реликтовые нейтрино,  
частицы темной материи



Спасибо за внимание!

